

# ОПТИМИЗАЦИЯ НАГРУЖЕНИЯ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ АРКИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВЕСА ЛЕНТЫ БЕСКОНЕЧНОЙ ЖЁСТКОСТИ НА РАСТЯЖЕНИЕ

## THE LOAD OPTIMIZATION OF THE STATICALLY INDETERMINATE ARCH UNDER INFINITE TENSION STIFFNESS STRIP WEIGHT LOAD

*Жигилий Д.А., ассистент, Лисовенко Д.В., студент, СумГУ, Сумы*  
*Zhigiliy D.A., assistant, Lisovenko D.V., student, SumSU, Sumy*

Жёстко защемлённая обоими концами арка в виде полуокружности радиуса  $R$  постоянной изгибной жёсткости  $EI_x$  находится под действием груза постоянного веса  $Q$ . Груз равномерно распределён по поверхности дуги  $\pi - 2\alpha$  арки. Рассмотрим силовую схему, предполагая, что элементы весовой нагрузки взаимодействуют между собой, причём лента веса  $Q$  имеет бесконечную жёсткость на растяжение  $EA|_{\text{лента}} \rightarrow \infty$ , изгибная жёсткость отсутствует  $EI_x|_{\text{лента}} \rightarrow 0$ , а с поверхностью арки отсутствует трение – есть лишь нормальная реакция поверхности арки. В работе определён угол  $\alpha$ , при котором в сечениях балки возникают наименьшие максимальные изгибные нормальные напряжения.

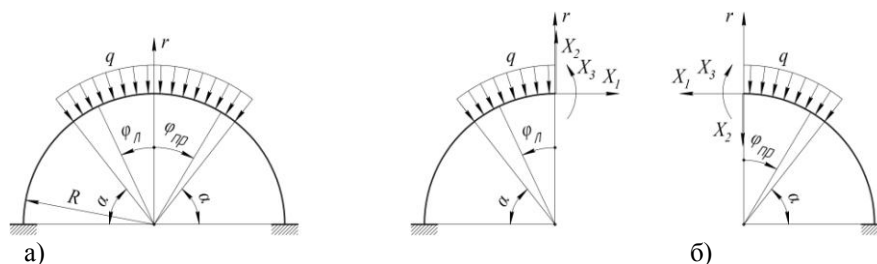


Рисунок 1 - Расчётные схемы арки и рамы: а) заданная; б) эквивалентные

Для этого в работе найдены «лишние» реакции 3 раза статически неопределимой упругой системы методом сил из системы канонических уравнений:

$$\begin{cases} \Delta_{1P} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 = 0; \\ \Delta_{2P} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 = 0; \\ \Delta_{3P} + \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 = 0. \end{cases}$$

Из симметрии левых и правых частей получены выражения грузовой

$$M_P(\alpha, \varphi) = \begin{cases} \int_0^{\varphi} qR^2 \cos(\beta) \cos(\alpha + \varphi) d\beta \text{ при } 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} - \alpha \\ \int_{\frac{\pi}{2} - \alpha}^{\frac{\pi}{2}} qR^2 \cos(\beta) \cos(\alpha + \varphi) d\beta \text{ при } \frac{\pi}{2} - \alpha \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad \text{и единичных эпюр } \bar{M}_1(\varphi) = -1 \cdot R(1 - \cos(\varphi)) \quad \text{и}$$

$\bar{M}_3(\varphi) = 1$ , а также косой симметрией  $\bar{M}_2^{\text{л}}(\varphi) = 1 \cdot R \sin(\varphi)$ ,  $\bar{M}_2^{\text{пр}}(\varphi) = -1 \cdot R \sin(\varphi)$  найдены коэффициенты канонических уравнений метода сил с помощью интегралов Мора  $\Delta_{ij} = \int_l \frac{M_j \cdot \bar{M}_i}{EI_x} dl \quad i = 1, 2, 3; \quad j = 1, 2, 3, P$ , взятых по всей длине дуги арки.

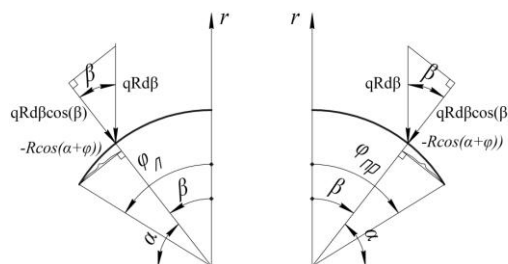


Рисунок 2 - Построение грузовой эпюры

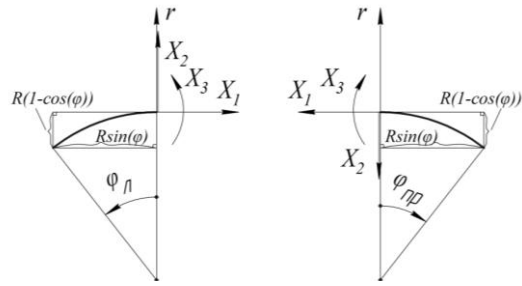


Рисунок 3- Построение единичных эпюр.

По формулам Крамера решена система линейных уравнений и найдена суммарная эпюра  $M_{sum} = M_P + X_1 \overline{M}_1 + X_2 \overline{M}_2 + X_3 \overline{M}_3$ . Произведена минимизация функции  $f(\alpha) = |M_{sum}|_{\max}$  методом перебора.